Synthèse N°10 Terminale S Comprendre	**Comment décrire le mouvement des satellites et des planètes**	

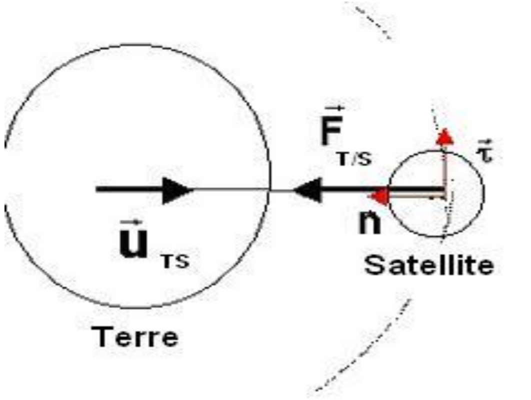
I A PARTIR DE LA SECONDE LOI DE NEWTON

Soit un satellite de masse m_s , tournant sur une orbite circulaire à une altitude h autour de la Terre de masse M_T et de rayon R_T
Etudions le mouvement de ce satellite dans le référentiel géocentrique.

Bilan des forces sur le satellite.

Une seule force la force de gravitation exercée par la Terre sur le satellite.

$$\vec{F}_{T/S} = -\frac{G m_s . M_T}{(R_T + h)^2} . \vec{u}_{TS}$$



G étant la constante de gravitation Universelle
G = 6,67.10^{-11} USI, masses en kg et distance en m

On applique la seconde loi de Newton, pour trouver le vecteur accélération du Satellite

$$\sum \vec{F}_{ext} = m_s . \vec{a} = -\frac{G m_s . M_T}{(R_T + h)^2} . \vec{u}_{TS} \Rightarrow \vec{a} = -\frac{G M_T}{(R_T + h)^2} . \vec{u}_{TS}$$

Or dans la base de Frenet liée au satellite l'accélération s'écrit :

$$\vec{a} = \frac{v^2}{(R_T + h)} . \vec{n} + \frac{dv}{dt} . \vec{\tau} = -\frac{G . M_T}{(R_T + h)^2} . \vec{u}_{TS}$$

or $\vec{n} = -\vec{u}_{TS}$

$$\vec{a} = \frac{v^2}{(R_T + h)} . \vec{n} + \frac{dv}{dt} . \vec{\tau} = \frac{G . M_T}{(R_T + h)^2} . \vec{n} \Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0$$

Donc la vitesse est constante le mouvement est circulaire uniforme.

Exprimons la vitesse v du satellite :

$$\frac{v^2}{(R_T + h)} = \frac{G . M_T}{(R_T + h)^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{G . M_T}{R_T + h}}$$

On peut en déduire la période de révolution T :

T est la durée pour effectuer le périmètre du cercle de rayon (R_T + h)

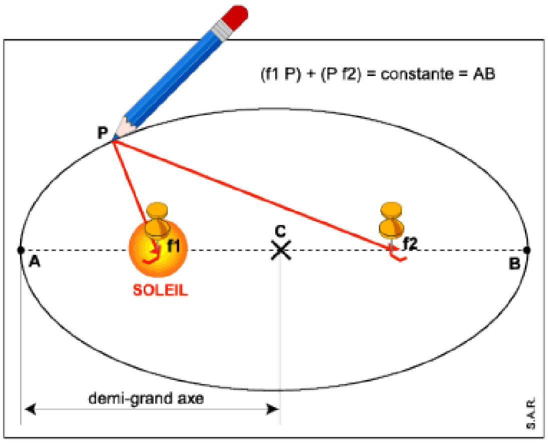
$$v = \frac{2 . \pi . (R_T + h)}{T} \Rightarrow T = \frac{2 . \pi . (R_T + h)}{v} = \frac{2 . \pi (R_T + h)}{\sqrt{\frac{G . M_T}{R_T + h}}}$$

$$T = 2 . \pi . \sqrt{\frac{(R_T + h)^3}{G . M_T}}$$

II A PARTIR DES LOIS DE KEPLER.

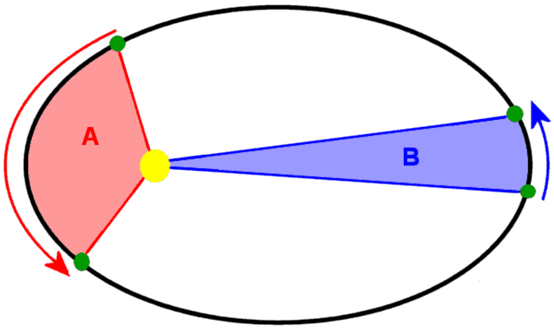
Première loi de Kepler : loi des orbites ou trajectoires)

les centres d'inertie des planètes décrivent des ellipses dont le centre du Soleil (ou l'astre attracteur) occupe l'un des foyers.



Deuxième loi : loi des aires

Les aires balayées, pendant les durées égales, par le segment reliant le centre d'une planète à celui du Soleil (ou de l'astre attracteur), sont égales.



Troisième loi : loi des périodes.

Le carré de la période de révolution d'une planète est proportionnel au cube du demi - grand axe de l'ellipse, quelle fait autour du Soleil.
Cette loi est valable pour tout « satellite » tournant autour de son astre attracteur.

Pour le satellite de la page précédente

$$T = 2.\pi\sqrt{\frac{(R_T+h)^3}{G.M_T}}$$

On en déduit en élevant au carré chaque membre

$$T^2 = 4\ \pi^2\,\frac{(Rt+h)^3}{GM_T} = \frac{4\pi^2}{GM_T}\,(Rt+h)^3$$

$\frac{4\pi^2}{GM_T}$ est bien une constante, donc la troisième loi de Kepler est bien vérifiée.