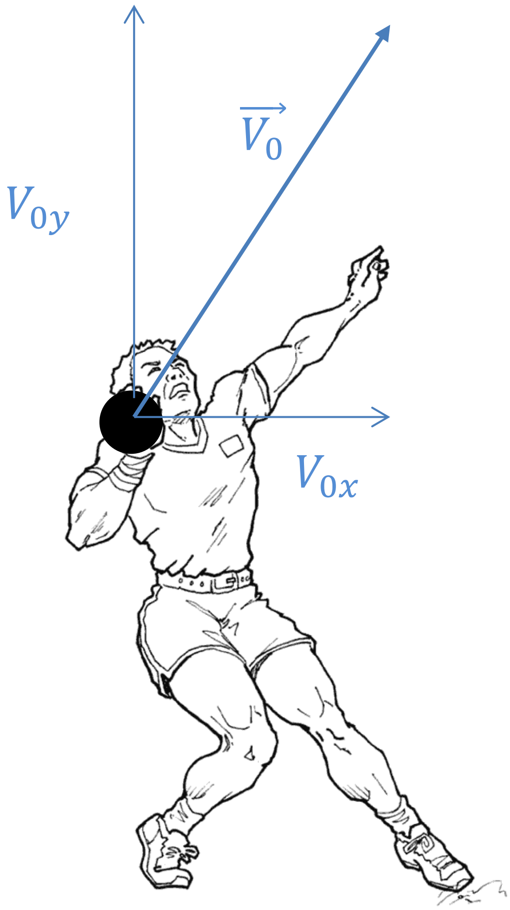
DNS de mécanique

Un lanceur de poids propulse son projectile de 7,26 kg avec une vitesse initiale v_0 qui fait un angle de 60° avec l'horizontale, et il tombe à un peu plus de 20 m de son point de départ.



On suit le parcours du projectile dans le référentiel terrestre à l'aide d'un document vidéo et on modalise les coordonnées du vecteur position en fonction du temps à l'aide de Généris.

Les équations des modalisations sont alors les suivantes.

x(t) = 7,5 t

y(t) = - 4,9 t² + 13 t + 2,5

On prendra g = 9,8 N/kg

1) Faire un inventaire des forces qui agissent sur le projectile dans le référentiel terrestre lors du lancement.

Forces sur le projectile dans le référentiel terrestre.

- **Son poids : car le projectile baigne dans le champ de gravitation terrestre.**
- **L'action du Lanceur : car il est encore dans sa main.**
- **L'action de l'air : la poussée d'Archimède est ici négligeable, car la densité de l'air est très faible par rapport à celle de l'acier.**

2) Faire un inventaire « des » forces sur le projectile au cours de son mouvement. Quelle est la force qui est négligeable ?

Dans ce cas l'action du lanceur ne s'exerce plus car il ne touche plus le projectile, il reste donc le poids et l'action de l'air qui reste négligeable, car la poussée d'Archimède est négligeable et la composante de frottement ne sera sensible que pour des vitesses plus importantes.

3) Quelle est l'altitude de départ du projectile ?

Elle est donnée dans l'expression de y(t) en prenant t = 0
y(0) = 0 + 0+2,5 m = 2,5 m

4) Donner l'expression de la vitesse Vx du projectile. Que peut-on dire du mouvement du projectile suivant l'axe des x ?

Vx (t) est la dérivée de x(t) en fonction du temps
Vx (t) = 7,5 m.s-1
Cette vitesse est constante, le mouvement du projectile suivante l'axe des x est donc uniforme.

5) Donner l'expression de la vitesse Vy en fonction du temps.

Vy (t) est la dérivée de y(t) en fonction du temps
Vy(t) = -9,8t +13

6) Calculer la valeur de V_0 à la date t = 0s. Montrer que l'angle formé par V_0 avec l'axe des x est bien de 60°

Vx(0) = 7,5
Vy(0) = -9,8 x 0 +13 = 13
Or $V_0 = \sqrt{V^{2x} \ (0) + V^2}$y(0) =$\sqrt{7,5^2 + 13^2} = 15$ m.s^{-1}

7) Calculer la valeur de a_y .

ay est obtenue en dérivant vy par rapport au temps.

ay = 9,8 m.s^{-2}

8) Montrer que ce résultat est compatible avec la deuxième loi de Newton, appliquée au projectile.

La deuxième loi de Newton dit que la somme vectorielle des forces agissant sur le mobile est égale au produit de la masse de celui-ci par le vecteur accélération de son centre d'inertie

$$\vec{P} = m\overrightarrow{a_G}$$

$$m\vec{g} = m\overrightarrow{a_G}$$

$$\vec{g} = \overrightarrow{a_G}$$

$\vec{a}_G\ (0;\ -9,8\ ; 0)$ **car l'axe des Y est vers le haut et $\vec{g}$ dirigé vers le bas**

On retrouve bien la valeur de ay

9) Déduire de x(t) et de y(t), l'équation y=f(x) de la trajectoire

x(t) = 7,5 t

y(t) = - 4,9 t² + 13 t + 2,5

On tire de la première

t = x/7,5

y(x) = -4,9$\left(\frac{x}{7,5}\right)^2$ + 1,73 x + 2,5

y(x) = -8,71.10^{-2} x² +1,73 x +2,5

10) Calculer alors la valeur de la portée du tir.

Quand le projectile touche le sol y(x) = 0

Il reste à résoudre l'équation

0 = -8,71.10^{-2} x² +1,73 x +2,5

x = 21,25 m (la racine négative n'est pas à retenir)

11) Sur le mobile, tracer les vecteurs vitesse à la date t_4, t_6, t_{20}, t_{22}.

(échelle 1 cm : 2m.s^{-1})

Tracer les vecteurs accélérations aux dates t_5 et t_{21}. (échelle 1 cm : 2m.s^{-2})

(L'intervalle de temps entre deux points est de 0,1 s) :

Exercice 2 :

Force sur la balle : son poids

2 ^{eme} loi de Newton :

$m\vec{a} = m\vec{g}$

On en déduit l'accélération

donc $\vec{a} = m\vec{g}$

$a_x = 0$ et $a_y = -g$

vitesse : on fait la primitive de a par rapport au temps

V_x = constante = V_0

$V_y = -gt + 0$

position (pour les constantes X(0) = 0 et Y(0) = 3)

$X(t) = V_0 . t + 0$

$Y(t) = -\frac{1}{2} gt^2 + 3$

On en déduit l'équation de la trajectoire

$Y(t) = -0{,}5 \times 9{,}8 \, (X/V_0)^2 + 3$

Portée du tir :

Y = 0 m

V_0 = 900 m/s

$0 = -4{,}9X^2 /(810\,000) + 3$

$6{,}049.10^{-3} X^2 = 3$

on en tire que .

X = 704 m (environ $7{,}0.10^2$ m)

Exercice 3 :

a) Bilan des forces :
   Force électrique : verticale, vers le bas , valeur qE
   Poids de l'électron : vertical, vers le bas, valeur mg
b) Le poids de l'électron.

$mg = 9,.10^{-31} \times 10 = 9{,}1.10^{-30}$N

$qE = 1{,}6.10^{-19} \times 500.10^3 = 8.10^{-14}$N

donc on peut négliger mg qui est 10^{16} fois plus petite.

c) Equations horaires.
   2 eme loi de Newton
   $m\vec{a} = q\vec{E}$
   accélération

$\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$

ax = 0

ay = -(e/m) x E

Vitesse.

Vx = 10^7 (en m/s)

Vy = - $\frac{e}{m}Et + 0$

Position

X(t) = 10^7 . t

Y(t) = - $0{,}5\frac{e}{m}Et^2 + 0$

d) **<u>équation de la trajectoire</u>**

Y(X) =- $0{,}5\frac{e}{m}E(\frac{X}{10^7})^2$

e) **<u>Calcul.</u>**

Y(1) = -440 m