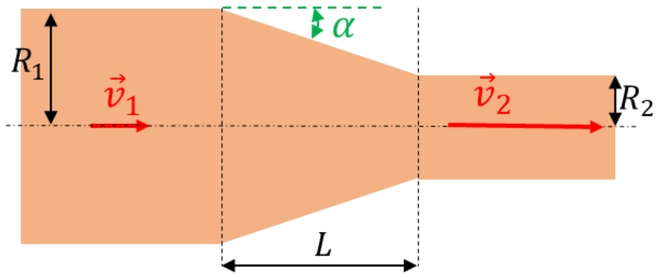
EXERCICES. ÉCOULEMENT D'UN FLUIDE

Donnée pour tous les exercices : intensité de la pesanteur $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$

Exercice 1. Un convergent pour accélérer

On souhaite accélérer la circulation d'un fluide supposé parfait et incompressible dans une conduite circulaire de telle sorte que sa vitesse soit multipliée par 4. Pour cela, la conduite comporte un convergent caractérisé par l'angle α (schéma **ci-contre**).

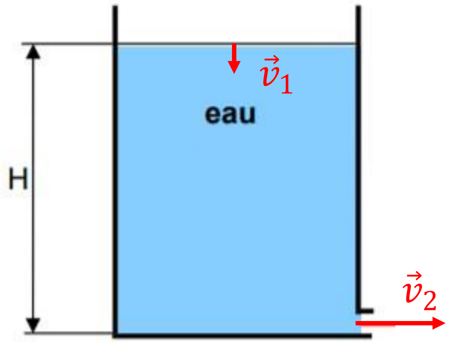


Données : $R_1 = 50\ mm$; $\alpha = 15°$

1. Calculer rapport des rayons $\frac{R_1}{R_2}$.
2. Déterminer la longueur L du convergent.

Exercice 2. Vidange d'un réservoir

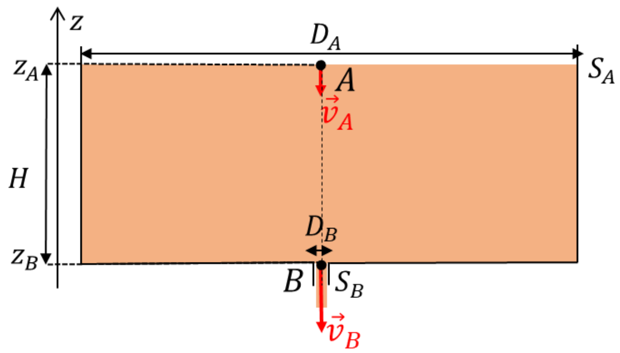
Un réservoir de diamètre D est rempli d'eau (fluide incompressible) jusqu'à une hauteur $H = 3{,}0\ m$, muni d'un petit orifice de diamètre $d = 10\ mm$ à sa base permettant sa vidange (schéma **ci-contre**). On considère que le régime permanent est atteint dès l'ouverture de l'orifice et que l'écoulement est parfait.



1. Représenter qualitativement sur le schéma quelques lignes de courant.
2. Sachant que la pression de l'air est uniforme autour du réservoir et que la vitesse v_1 de la surface libre de l'eau négligeable devant v_2 (car $D \gg d$), exploiter le théorème de Bernoulli pour calculer v_2 au tout début de la vidange. En déduire le débit volumique à la sortie de l'orifice en $L.s^{-1}$.
3. Déterminer le niveau d'eau dans le réservoir lorsque le débit est de $0{,}4\ L.s^{-1}$.

Exercice 3. Réservoir de fioul

Le réservoir cylindrique représenté **ci-contre**, ouvert à l'air libre, a une section S_A de diamètre $d_A = 2{,}0\ m$. Il est muni, à sa base, d'un orifice de vidange de section S_B et de diamètre $d_B = 14\ mm$. Le réservoir est initialement plein jusqu'à une hauteur de $2{,}5\ m$ de fioul considéré incompressible et de masse volumique $\rho_f = 817\ kg.m^{-3}$.



Donnée : $P_{atm} = 1{,}0\ bar\ (1\ bar = 10^5\ Pa)$

1ère partie : l'orifice est fermé par un bouchon

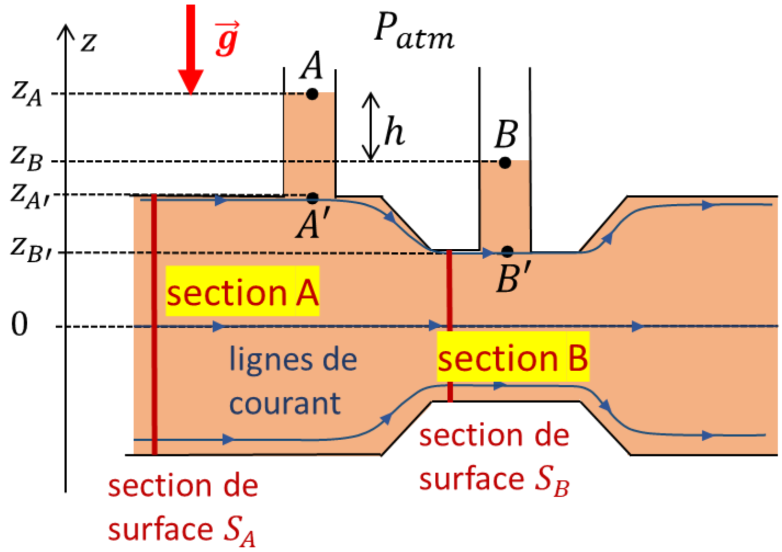
1. À l'aide de la loi de statique des fluides, déterminer la pression P_B au point B et en déduire la valeur de force pressante F_B qui s'exerce sur le bouchon.

2ème partie : l'orifice est ouvert pour procéder à la vidange du réservoir. Le fioul s'écoule avec une vitesse moyenne d'écoulement au point A notée v_A, et sa vitesse d'écoulement au niveau de l'orifice est notée v_B.

2. Que vaut maintenant la pression P_B ?
3. Exprimer v_A en fonction v_B, d_A et d_B.
4. En appliquant la relation de Bernoulli entre A et B, exprimer v_B en fonction de g, H, d_A et d_B.
   En déduire que $v_B \approx \sqrt{2gH}$. Justifier.
5. Calculer le débit volumique qui s'écoule à travers l'orifice en $L.s^{-1}$.
   Estimer la durée de vidange en supposant que ce débit reste constant.

Exercice 4. Débit volumique de l'eau dans une canalisation

Un tube de Venturi est constitué d'un rétrécissement qui sépare deux régions d'une canalisation horizontale, de sections différentes de surfaces respectives S_A et $S_B < S_A$, (schéma **ci-contre**). Des tubes verticaux émergent de ces régions et sont ouverts sur l'air ambiant de masse volumique ρ_{air} et à la pression atmosphérique P_{atm}. De l'eau, de masse volumique ρ_{eau}, est en écoulement permanent et supposé parfait dans la canalisation. Les vitesses d'écoulement dans chaque section sont constantes et respectivement notées v_A et v_B. L'objectif de l'exercice et de montrer que le débit volumique dans la canalisation peut être calculé grâce à la dénivellation h mesurée entre les niveaux des liquides au repos dans les deux tubes verticaux.

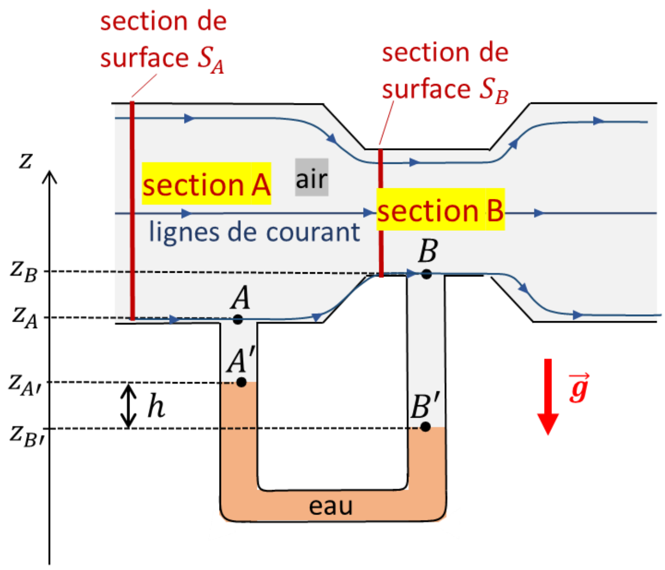


Données : $S_A = 4{,}0\ m^2$; $S_B = 1{,}0\ m^2$; $h = 15\ cm$; $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$

1. Exprimer les vitesses v_A et v_B en fonction de D_v et des surfaces de section S_A et S_B.
2. À l'aide de la loi de statique des fluides, exprimer la pression $P_{A'}$ en fonction de P_{atm}, ρ_{eau}, des altitudes des points A et A' et de l'intensité de la pesanteur g. Exprimer de même $P_{B'}$.
3. En appliquant la relation de Bernoulli sur la ligne de courant passant par A' et B', établir la relation : $v_B^2 - v_A^2 = 2gh$.
4. En déduire l'expression de D_v en fonction de h, S_A, S_B et g. Calculer le débit volumique en $m^3.s^{-1}$.

Exercice 5. Débit volumique d'un gaz dans une canalisation

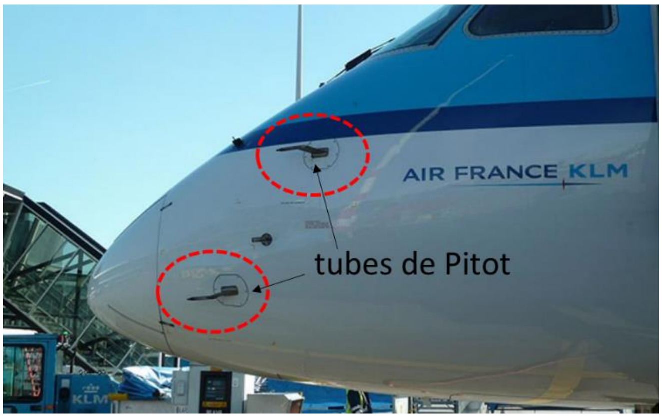
Un tube de Venturi est constitué d'un rétrécissement qui sépare deux régions d'une canalisation horizontale, de sections différentes de surfaces respectives S_A et $S_B < S_A$, (schéma **ci-contre**). De l'air, de masse volumique ρ_{air}, en écoulement permanent et supposé parfait dans la canalisation, est considéré incompressible. Les vitesses d'écoulement de l'air dans chaque section sont constantes et respectivement notées v_A et v_B. Un tube en U, ouvert sous chacune des sections, contient de l'eau de masse volumique ρ_{eau}. L'objectif de l'exercice et de montrer que le débit volumique de l'air D_v dans la canalisation peut être calculé grâce à la dénivellation h mesurée entre les niveaux d'eau au repos dans le tube en U.

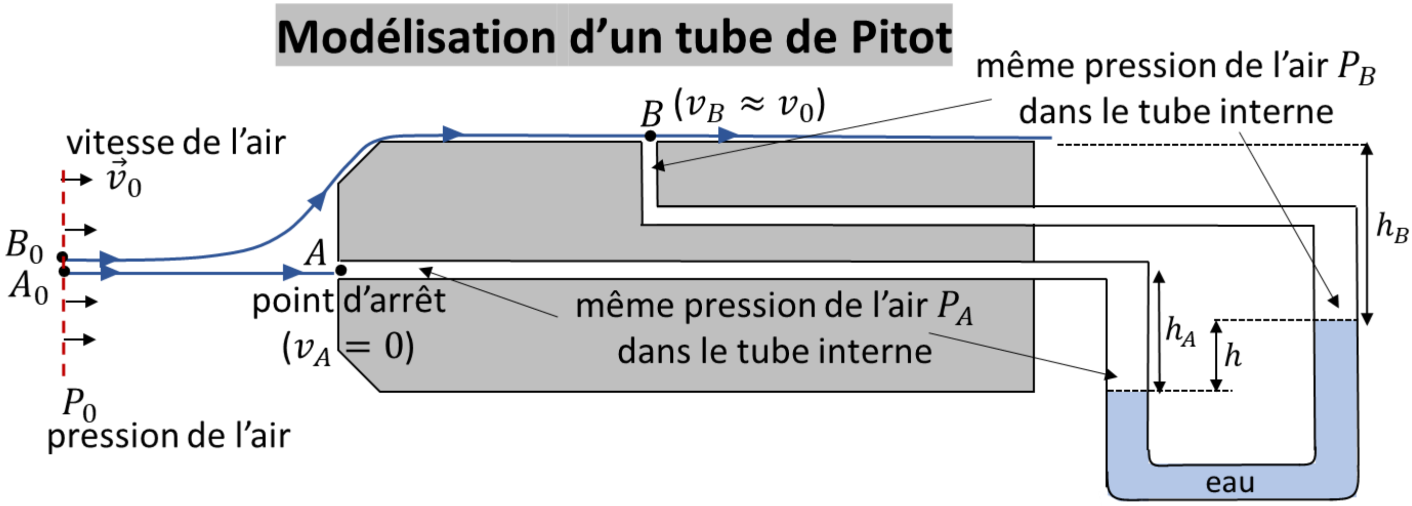


1. Exprimer les vitesses v_A et v_B en fonction de D_v et des surfaces de section S_A et S_B.
2. À l'aide de la loi de statique des fluides, exprimer la pression P_A en fonction de $P_{A'}$, de ρ_{air}, des altitudes des points A et A' et de l'intensité de la pesanteur g. Exprimer de même P_B.
3. À l'aide de la loi de statique des fluides, exprimer $P'_A - P'_B$ en fonction de ρ_{eau}, g et h.
4. En appliquant la relation de Bernoulli sur la ligne de courant passant par A et B, établir la relation : $v_B^2 - v_A^2 = 2gh\left(1 - \frac{\rho_{eau}}{\rho_{air}}\right)$.
5. En déduire l'expression de D_v en fonction de h, S_A, S_B, ρ_{air}, ρ_{eau}et g.

Exercice 6. Sonde de Pitot

Une sonde de Pitot est un dispositif fixé sur le fuselage d'un avion (photo **ci-contre**) permettant de déterminer sa vitesse. Pour plus de sécurité, l'avion est équipé de plusieurs sondes. Une sonde de Pitot est constituée d'un tube fin dans lequel sont percés deux trous (voir schéma **ci-dessous**) : le trou A fait face à l'écoulement de l'air de masse volumique ρ_{air} et le trou B est sur le côté du tube. Chaque trou mène sur une cavité bouchée, au fond de laquelle se trouve un capteur de pression. Dans le schéma, on modélise la prise de pression par un tube en U contenant de l'eau de masse volumique ρ_{eau}.





Deux lignes de courant sont représentées sur le schéma : (A_0A) et (B_0B). Le tube de Pitot étant très fin, les points A, A_0, B et B_0 sont pratiquement à la même altitude. Les conséquences sont que la vitesse et la pression sont identiques en A et B (respectivement notées v_0 et P_0) et que la vitesse de l'air le long de la ligne de courant (B_0B) est pratiquement constante et égale à v_0. D'autre part, les 2 portions de tubes, depuis A et B jusqu'aux surfaces d'eau, contenant de l'air et les dénivelés correspondants (h_A et h_B) étant faibles, on peut considérer que les pressions au niveau des surfaces d'eau dans le tube en U sont respectivement celles en A et B (respectivement notées P_A et P_B).

1. En appliquant la relation de Bernoulli aux lignes de courant (A_0A) et (B_0B) et à l'aide de la loi de statique des fluides pour l'eau au repos dans le tube en U, identifier la bonne expression de la vitesse de l'air en écoulement autour de l'avion :

   a) $v_0 = \sqrt{\frac{\rho_{eau}}{\rho_{air}} gh}$ **b)** $v_0 = \sqrt{\frac{\rho_{air}}{\rho_{eau}} gh}$ **c)** $v_0 = \sqrt{2\frac{\rho_{eau}}{\rho_{air}} gh}$ **d)** $v_0 = \sqrt{2\frac{\rho_{air}}{\rho_{eau}} gh}$

2. Estimer la vitesse de l'avion par rapport l'air avec les données correspondantes à l'altitude où se trouve l'avion : $\rho_{air} = 0{,}413\ kg.m^{-3}$; $\rho_{air} = 998{,}29\ kg.m^{-3}$; $g = 9{,}78\ m.s^{-2}$; $h = 1{,}0\ m$