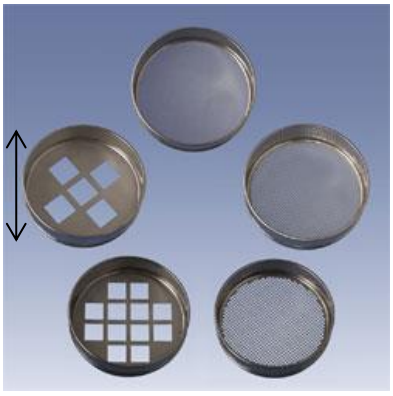
EXERCICES. LA DIFFRACTION

Exercice 1. Détermination de la dimension des mailles du tamis

La production de certains catalyseurs nécessite de déposer un métal noble (Pd, Pt, Au) sur un support inerte comme de la silice (SiO_2). La silice commerciale se présente sous forme de petits grains blancs de tailles différentes : il est nécessaire de trier ces grains à l'aide de tamis pour fabriquer des catalyseurs tous identiques. Différents types de tamis sont présentés sur la **photographie n°1**.



Photographie n°1

Le but de cet exercice est de vérifier la taille des mailles d'un tamis en effectuant une expérience de diffraction par un faisceau LASER.
Un faisceau LASER monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0 = 532 nm et se propageant dans l'air, est dirigé vers un tamis de laboratoire (sorte de grille) à maille carrée de côté *a* (voir **figure 1**). On observe sur l'écran une figure de diffraction visible sur la **photographie n°2**. La tache centrale est un carré de côté L = 2,66 cm.

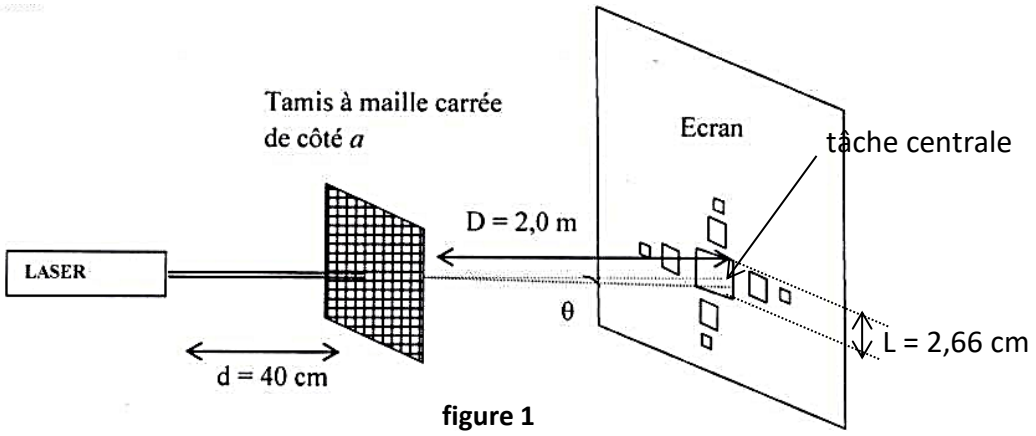
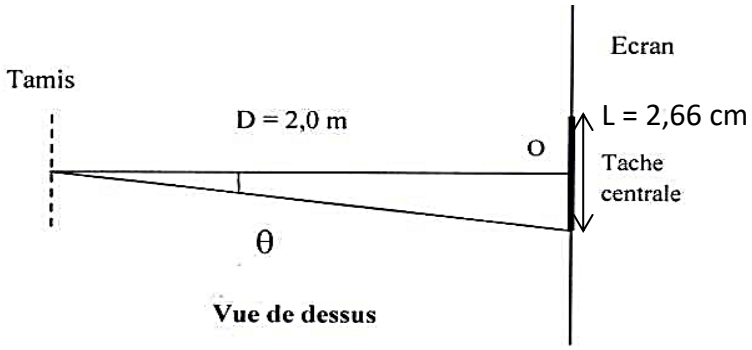


figure 1

Photographie n°2

Un tamis à maille carrée possède des propriétés diffractantes identiques à celles observées lors de la superposition de deux fentes allongées de même largeur et disposées perpendiculairement l'une par rapport à l'autre.



Donnée : angle caractéristique de diffraction pour une fente rectangulaire de largeur a : $\theta = \frac{\lambda}{a}$

1. Exprimer l'écart angulaire θ en fonction de L et D. On se placera dans l'approximation des petits angles en radian : $tan\theta \approx \theta$.
2. En déduire, en µm, la dimension *a* d'une maille du tamis en utilisant les données expérimentales.

Exercice 2. Détermination une longueur d'onde

Une lumière laser arrive sur un fil vertical, de diamètre *a*. On place un écran à une distance D de ce fil ; la distance D est grande devant *a* (voir la **Figure 1**).

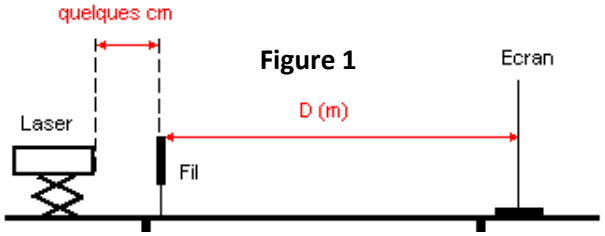


Figure 1

1. Compléter la **Figure 2** en repérant l'angle caractéristique de diffraction θ et la distance D.
2. Établir l'expression de L en fonction de D et *a*. Préciser l'approximation réalisée.

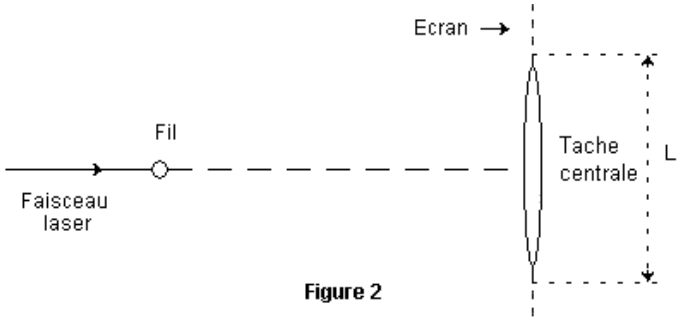


Figure 2

On dispose de deux fils calibrés de diamètres respectifs a_1 = 60 mm et a_2 = 80 mm. On place successivement ces deux fils verticaux dans le dispositif présenté dans la **Figure 1**. On obtient sur l'écran deux figures de diffraction distinctes notées **A** et **B** (voir la **Figure 3**).

3. Associer à chacun des deux fils la figure de diffraction qui lui correspond (**Figure 3**). Justifier.

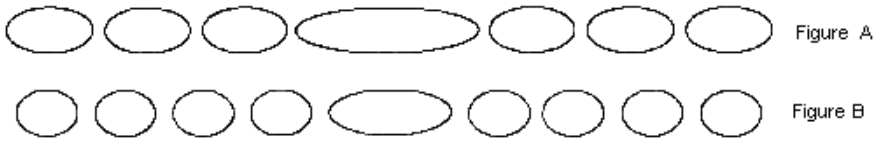


Figure 3

On cherche maintenant à déterminer expérimentalement la longueur d'onde dans le vide de la lumière monochromatique émise par la source laser utilisée. Pour cela, on place devant le faisceau laser des fils calibrés verticaux. On désigne par «*a*» le diamètre d'un fil. La figure de diffraction obtenue est observée sur un écran blanc situé à une distance D = 2,50 m des fils. Pour chacun des fils, on mesure la largeur L entre les deux premières extinctions de lumière. On trace la courbe L = F (1/*a*) (voir **Figure 4**).

4. La lumière émise par la source laser est dite *monochromatique*. Que signifie ce terme ?
5. Montrer que l'allure de la courbe L = F (1/a) obtenue est en accord avec l'expression de L établie précédemment.
6. Déterminer précisément, à l'aide de la courbe, une valeur expérimentale de la longueur d'onde du laser.

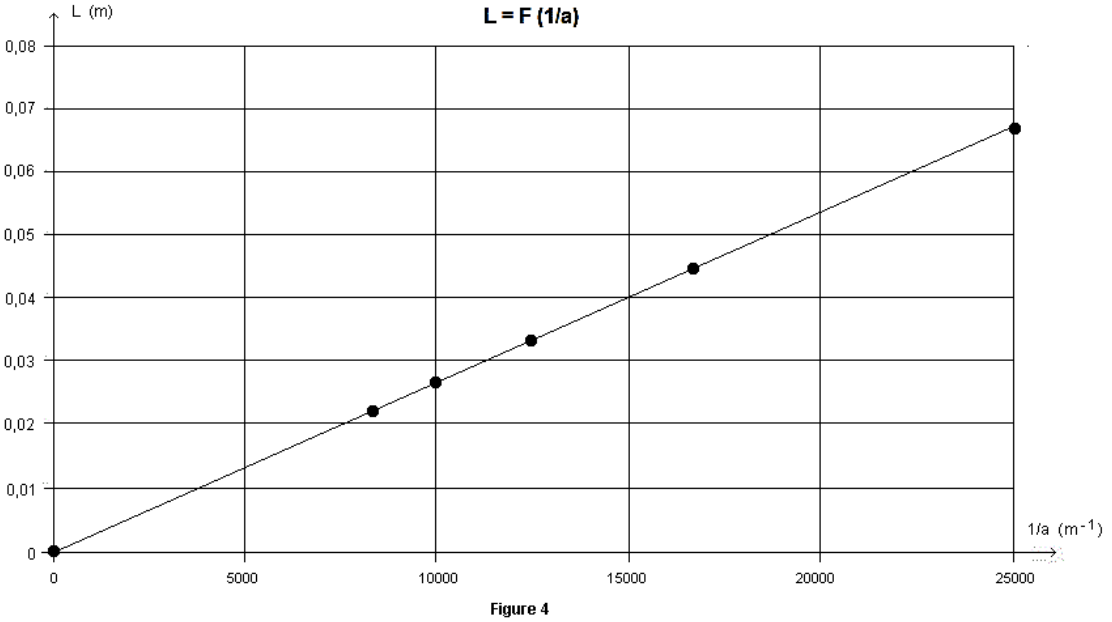
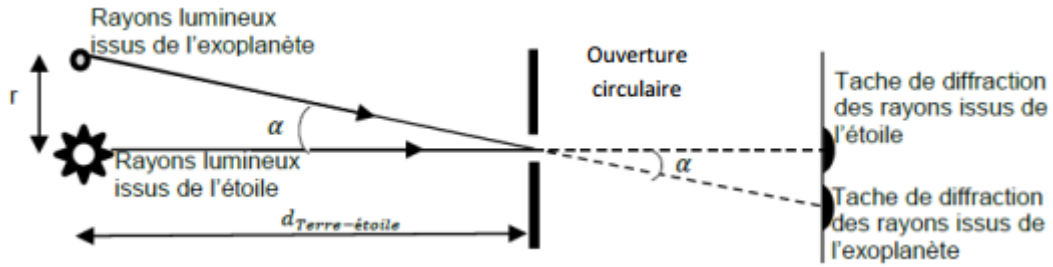


Figure 4

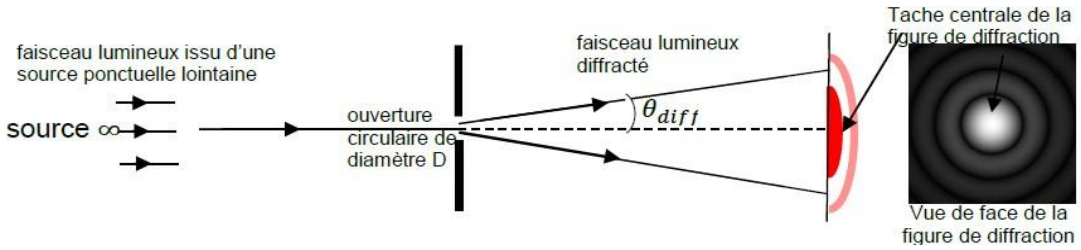
Exercice 3. Observation d'une exoplanète

Un télescope de diamètre *D* collecte la lumière émise par un objet céleste, puis la renvoie vers un système optique de formation d'image qui ne sera pas étudié ici. Actuellement, l'observation de détails avec un télescope terrestre est principalement limitée par le phénomène de diffraction lié à la valeur de l'ouverture circulaire *D* du télescope car il est possible d'annuler l'effet des turbulences atmosphériques sur la qualité des images formées. La première planète extrasolaire dont on a pu faire une image par observation directe dans le proche infrarouge s'appelle 2M1207b. Cette exoplanète orbite à une distance estimée à 55 unités astronomiques (ua) autour de l'étoile 2M1207a, située à 230 années lumières (al) de la Terre. L'écart angulaire α entre l'étoile et la planète est l'angle sous lequel sont vues l'étoile et sa planète depuis un télescope sur Terre comme l'indique le schéma ci-dessous. Les deux astres donnent dans le télescope deux tâches de diffraction due à l'ouverture circulaire du télescope :

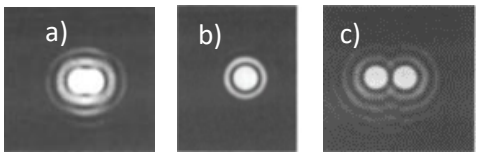


Données :

- unité astronomique : 1 ua = 1,496 × 10^{11} m ; l'année lumière : 1 al = 9,461 × 10^{15} m ;
- vitesse de la lumière dans le vide : *c* = 3 × 10^{8} m.s^{1}
- angle caractéristique de diffraction par une ouverture circulaire : $\theta = 1{,}22 \times \frac{\lambda}{D}$ (en radian) où λ est la longueur d'onde du faisceau incident et *D* le diamètre de l'ouverture :



1. Quelle propriété de la lumière permet d'expliquer le phénomène de diffraction ?
2. Calculer l'écart angulaire α (en radian) entre l'étoile et la planète vues depuis un télescope sur Terre.
3. Dans chacune des trois situations suivantes : (i) α > θ (ii) α = θ (iii) α < θ, associer l'image correspondant à l'observation de l'étoile et de sa planète parmi :
   Quelle situation permet de distinguer chacun des deux astres ?



4. Déterminer le diamètre minimal D_{min} d'un télescope terrestre permettant de distinguer la planète 2M1207b de l'étoile 2M1207a. On admet que la longueur d'onde des rayons lumineux provenant des deux objets célestes a pour valeur λ = 2,0 µm.
5. Avec l'Extra Large Telescope de 39 m de diamètre, pourra-t-on observer distinctement l'exoplanète ?

Exercice 4. Le VLT

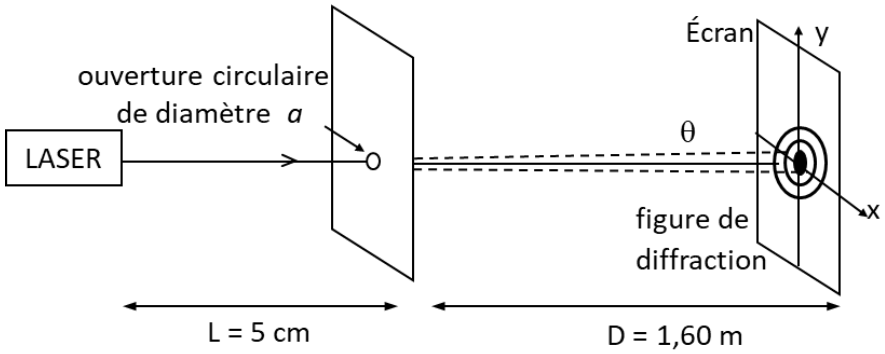
Le VLT (Very Large Telescope) est situé dans le désert d'Atacama au nord du Chili à 2 635 m d'altitude. Il est constitué d'un ensemble de quatre télescopes nommés Antu, Kueyen, Melipal et Yepun ayant des miroirs de 8,2 mètres de diamètre. L'objectif de cet exercice est de comprendre pourquoi les scientifiques construisent des télescopes ayant des diamètres de plus en plus grands. Lorsqu'on observe une étoile à travers un télescope, l'image apparaît sous la forme d'une tache, dont la dimension est liée aux défauts que présente l'instrument, tels que :

- la sensibilité aux fluctuations atmosphériques ;
- la diffraction par l'ouverture limitée de l'instrument.

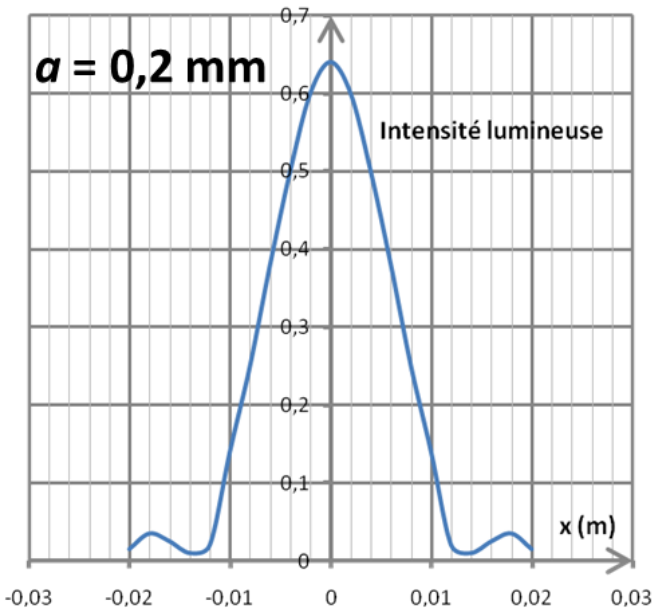
Données :

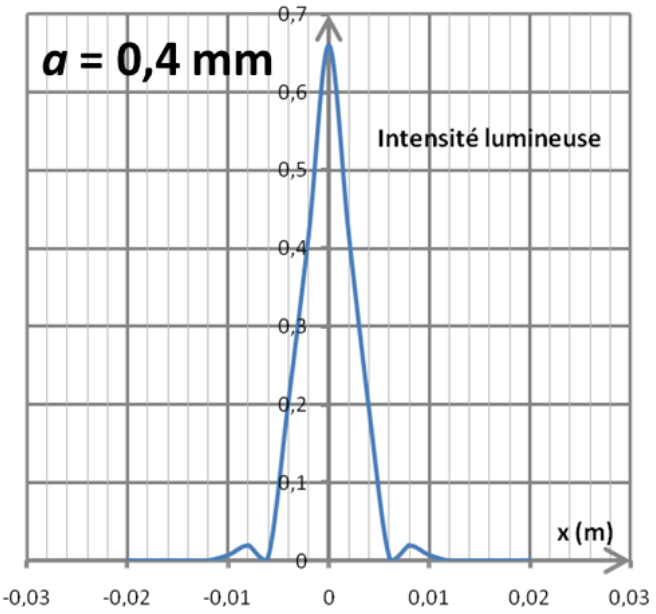
- angle caractéristique de diffraction par une ouverture circulaire : $\theta = 1{,}22 \times \frac{\lambda}{a}$ (en radian) où λ est la longueur d'onde du faisceau incident et *a* le diamètre de l'ouverture
- la distance Terre-Lune est égale à $D_{T\text{-}L} = 3{,}8\times10^{8}$ m
- la vision humaine a une sensibilité maximale, en vision diurne, pour un rayonnement de longueur d'onde voisine de 560 nm

On étudie l'influence du diamètre de l'ouverture circulaire du télescope sur la qualité de l'image formée. Pour cela, on réalise le montage schématisé ci-dessous, dans lequel le laser correspond à l'étoile et le miroir du télescope est modélisé par une ouverture circulaire de diamètre *a* produisant un phénomène de diffraction.



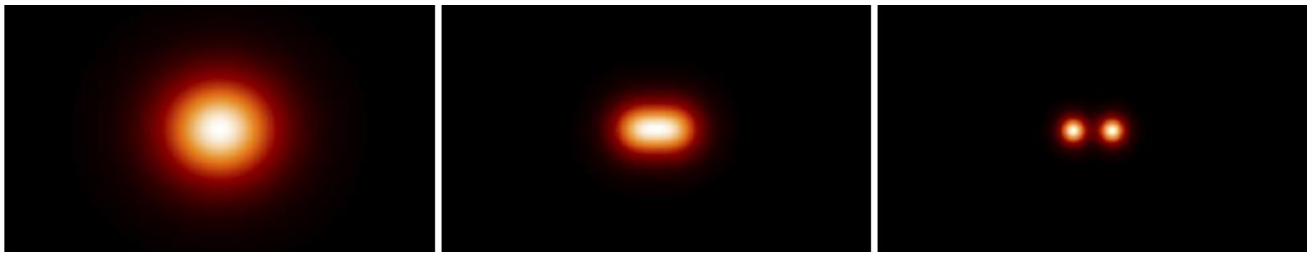
Un capteur de lumière situé sur l'écran permet de mesurer l'intensité de lumière de la figure de diffraction en fonction de la direction horizontale (axe x). Les courbes ci-dessous ont été obtenues pour deux ouvertures circulaires différentes :





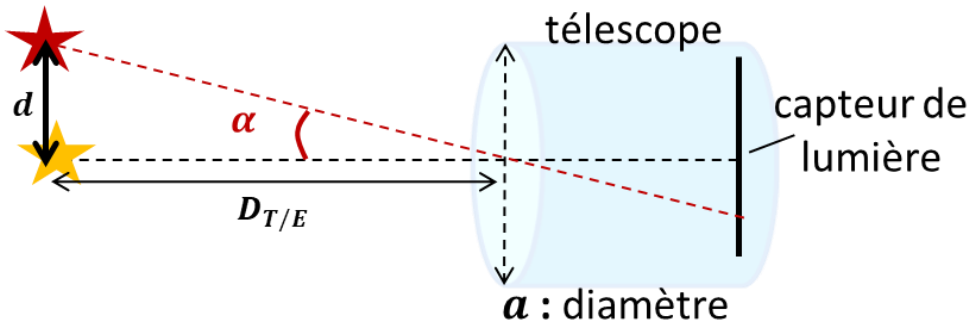
1. Quel caractère de la lumière est mis en évidence par l'apparition d'une figure de diffraction ?
2. À partir des résultats expérimentaux, déterminer la valeur du diamètre de la tâche centrale de diffraction (jusqu'à la 1ère extinction) observée pour les deux ouvertures. Comment évolue le diamètre de la tache quand l'ouverture du télescope augmente ?

La qualité d'un télescope est caractérisée par son pouvoir de résolution ; c'est-à-dire sa capacité à séparer deux objets très proches comme une étoile double par exemple (images ci-dessous).



Source : http://www.podcastscience.fm

L'observation, par un télescope de deux étoiles proches, séparées d'un angle α, donne deux taches circulaires détectées par le capteur de lumière (voir schéma ci-dessous).



3. L'angle α doit-il être plus grand ou plus petit que l'angle caractéristique de diffraction θ (due à l'ouverture circulaire du télescope) pour observer séparément les deux étoiles ? Justifier.
4. On considère deux objets placés sur la Lune à une distance *d* l'un de l'autre. Déterminer la valeur minimale de la distance *d* pour que les deux objets puissent être séparés par :
   a) un télescope terrestre de diamètre 4,0 m ;
   b) un télescope du VLT

   Aide : l'angle α étant petit en radian, on peut faire l'approximation : $tan\alpha = \alpha$.